

冬期テキスト

必修編

数学

中学 **3** 年



◆もくじ◆

数学3年

講座名	ページ	学習日	確認
第1講座 数と式	2	/	
第2講座 方程式	6	/	
第3講座 比例と反比例, 1次関数	10	/	
第4講座 関数 $y = ax^2$, いろいろな関数	14	/	
第5講座 平面図形	18	/	
第6講座 平面図形と相似, 円周角の定理	22	/	
第7講座 平面図形と三平方の定理	26	/	
第8講座 空間図形	30	/	
第9講座 空間図形と三平方の定理	34	/	
第10講座 データの活用, 確率, 標本調査	38	/	
入試特集 総合問題	42	/	
入試対策問題	46	/	

第

4

講座

関数 $y = ax^2$, いろいろな関数

▶ 要点のまとめ

1 関数 $y = ax^2$

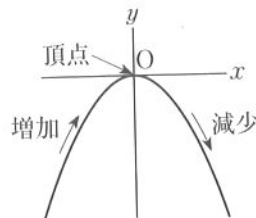
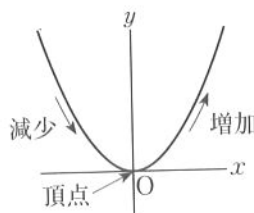
(1) 2乗に比例する関数 y が x の関数で, $y = ax^2$ と表されるとき, y は x の2乗に比例するという。

(2) $y = ax^2$ のグラフ 原点を頂点とし, y 軸につ $a > 0$ $a < 0$

いて対称な放物線である。

(3) 放物線と直線 放物線 $y = ax^2$ …①と直線 $y = mx + n$ …②の交点の x 座標, y 座標は, ①, ②の両方の式にあてはまる。よって, 交点の座標は, ①, ②を連立方程式としたときの解である。

(指導要領範囲外)



2 いろいろな関数

・変域ごとに式が異なる関数 ・階段状のグラフになる関数 ・倍々に変化する関数

基本問題

1 〈2乗に比例する関数〉 y は x の2乗に比例し, $x = 2$ のとき $y = 8$ である。次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) $y = 32$ となる x の値を求めなさい。

2 〈関数 $y = ax^2$ 〉 次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ について, x の変域が次のとき, それぞれ y の変域を求めなさい。

㊦ $-6 \leq x \leq -2$

㊩ $-4 \leq x \leq 6$

(2) 関数 $y = 2x^2$ について, x の値が1から3まで増加するとき, y の増加量を求めなさい。

(3) 関数 $y = ax^2$ について, x の値が-4から-2まで増加するとき, 変化の割合が3であった。 a の値を求めなさい。

3 〈ふりこの長さとの周期〉 右の表は, ふりが1往復する時間 x 秒と, ふりこの長さ y cm の関係を調べたもので, y は x の2乗に比例する。次の問いに答えなさい。

x (秒)	0.2	0.4	0.6	...	㊩
y (cm)	1	4	㊦	...	36

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) ㊦, ㊩にあてはまる数を求めなさい。

㊦

㊩

- 4** 〈点の移動〉 図1のような、1辺が6cmの正方形ABCDがある。2点P, Qは点Aを同時に出発し、点Pは毎秒1cmの速さで、点Qは毎秒2cmの速さで、それぞれ正方形ABCDの辺上を矢印の向きに動き、おたがいに会おうと停止する。点P, Qが点Aを出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ 、 a 秒後に2点が停止するとして、次の問いに答えなさい。

図1

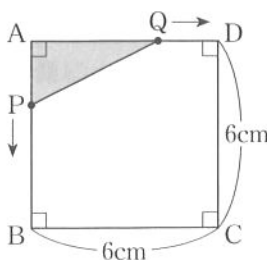
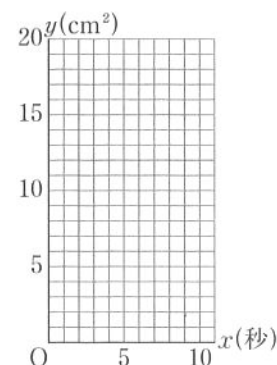


図2



- (1) x の変域を次のようにわけたとき、それぞれ y を x の式で表し、そのグラフを図2にかきなさい。また、 a の値を答えなさい。

㉞ $0 \leq x \leq 3$

㉟ $3 \leq x \leq 6$

式 _____

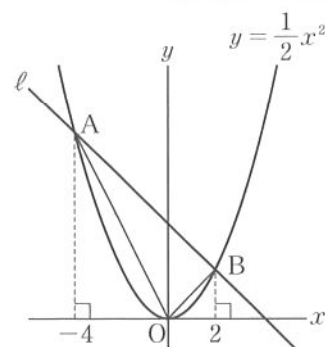
式 _____

㊱ $6 \leq x \leq a$

式 _____ a の値 _____

- (2) $y=9$ となる x の値を、すべて求めなさい。

- 5** 〈放物線と直線の交点〉 右の図のように、放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ と直線 ℓ が2点A, Bで交わっている。点A, Bの x 座標がそれぞれ -4 , 2 であるとき、次の問いに答えなさい。



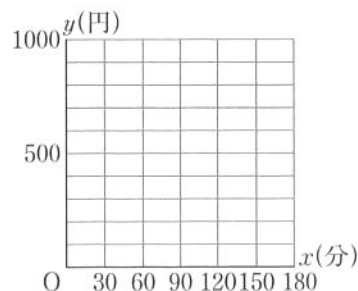
- (1) 直線 ℓ の式を求めなさい。

- (2) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

- (3) y 軸上の正の部分に点Dをとり、 $\triangle AOB = \triangle AOD$ とするとき、点Dの座標を求めなさい。

- 6** 〈いろいろな関数〉 ある駐車場の駐車料金は、60分以内が400円で、その後30分ごとに100円ずつ加算される。この駐車場に x 分駐車したときの料金を y 円として、次の問いに答えなさい。

- (1) x の変域を $0 < x \leq 180$ として、グラフを右の方眼にかきなさい。
また、140分駐車したときの料金を求めなさい。



- (2) 料金が1500円となったときの駐車時間は、何分をこえて何分以下であったか、求めなさい。

演習問題

1 次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = 2x^2$ において、 x の値が t から 3 だけ増加するとき、変化の割合が 14 であった。 t の値を求めなさい。

- (2) 関数 $y = ax^2$ について、 x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 32$ である。 a の値を求めなさい。また、この関数の x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。〈福井〉

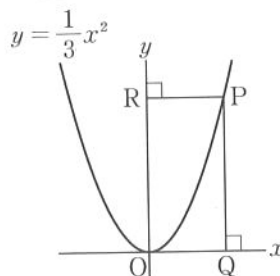
a の値 _____ 変化の割合 _____

2 ある斜面をボールが転がり落ちるとき、転がった距離 y m は、転がり始めてからの時間 x 秒の 2 乗に比例するという。ボールが、この斜面を転がり始めてから 2 秒間に転がった距離が 12 m であるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) y を x の式で表しなさい。

- (2) 転がり始めてから 2 秒後から 4 秒後までの 2 秒間の、ボールの平均の速さは毎秒何 m か、求めなさい。

3 関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフ上の $x > 0$ の部分に点 P をとる。点 P から x 軸、 y 軸に垂線をひき、それぞれの交点を Q, R とする。PQ : PR = 2 : 1 となるとき、点 P の座標を求めなさい。

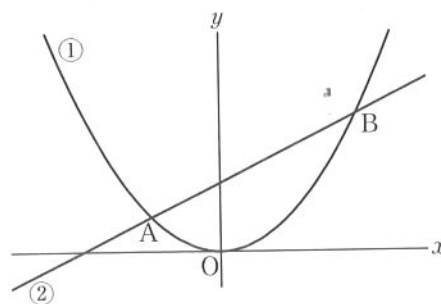


4 右の図において、①は関数 $y = ax^2$ 、②は関数 $y = bx + 2$ のグラフであり、点 A, B は①と②の交点で、点 A の座標は $(-2, 1)$ 、点 B の x 座標は 4 である。

このとき、次の問いに答えなさい。

〈山梨改〉

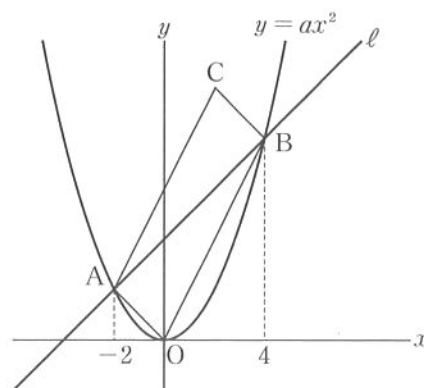
- (1) a, b の値を求めなさい。



- (2) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

- (3) 直線 $y = t$ が $\triangle AOB$ の面積を 2 等分するとき、 t の値を求めなさい。

- 5** 右の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフ上の2点 A, B を通る直線 ℓ がある。点 A の x 座標は -2 、点 B の x 座標は 4 であり、直線 ℓ の傾きは 1 である。直線 ℓ について、原点 O と反対側に点 C をとり、四角形 AOBC が平行四辺形になるようにする。次の問いに答えなさい。



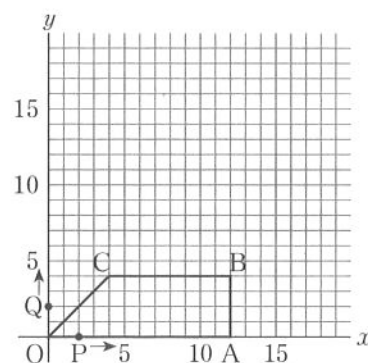
(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。

(3) 点 C の座標を求めなさい。

(4) 点 A を通り、 x 軸に平行な直線上の点を D とする。 $\triangle ADB$ の面積が、平行四辺形 AOBC の面積と等しいとき、点 D の座標を求めなさい。ただし、点 D の x 座標は正とする。

- 6** 右の図のように、4点 $O(0, 0)$, $A(12, 0)$, $B(12, 4)$, $C(4, 4)$ を頂点とする台形 OABC がある。2点 P, Q は原点 O を同時に出発し、P は x 軸上を、Q は y 軸上をそれぞれ矢印の向きに毎秒 1cm の速さで動く。ただし、座標の1目もりを 1cm とする。



次の問いに答えなさい。

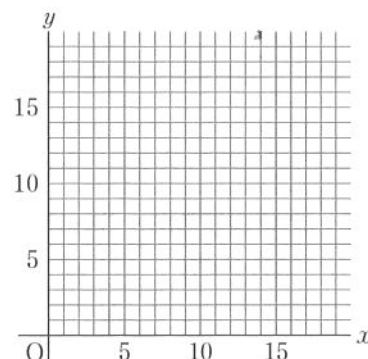
〈和歌山改〉

(1) 3点 P, B, Q が一直線上に並ぶのは、2点 P, Q が原点 O を出発してから何秒後か、求めなさい。

(2) 2点 P, Q が原点 O を出発してから x 秒後に、台形 OABC を線分 PQ でわける図形のうち、原点 O をふくむ図形の面積を $y\text{cm}^2$ とする。ただし、 $x = 0$ のとき、 $y = 0$ とする。 x の変域が次のとき、それぞれ y を x の式で表し、㊦のグラフを右図にかきなさい。

㊦ $0 \leq x \leq 8$

㊧ $8 \leq x \leq 12$



(3) 線分 PQ が台形 OABC の面積を 2 等分するのは、2点 P, Q が原点 O を出発してから何秒後か、求めなさい。

1 数と式

◆基本問題◆

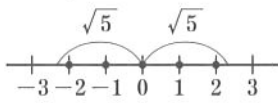
→p.2~p.3

- 1 (1) 2 (2) $-\frac{3}{2}$
 (3) 3 (4) 13
 2 (1) $-2x-y$ (2) $12a^3b$
 (3) $2a^2-7a-15$ (4) $x^2-4xy+4y^2$
 (5) $4x-17$ (6) $x^2+2xy+y^2-36$
 3 (1) $(x-3)(x+6)$ (2) $(x-4)^2$
 (3) $(2a-3)^2$ (4) $9(a+2b)(a-2b)$
 (5) $a(x-1)(x-5)$ (6) $(x-1)(x-2)$
 4 (1) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{3}$
 (3) $7+4\sqrt{3}$ (4) $-5+\sqrt{7}$
 5 (1) 5個 (2) $n=6$
 6 (1) $a=6b+c$ (2) $b=\frac{a-c}{6}$
 7 (1) $\frac{1}{6}$ (2) 14
 8 ウ

解説

- 1 (1) 与式 $= -6+8=2$
 (2) 与式 $= 9 \div (-6) = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$
 (3) かっこの中をさきに計算する。
 与式 $= -9-3 \times (-4) = -9+12=3$
 (4) 与式 $= (25-7) \div 3+7 = 18 \div 3+7=13$
 2 (1) 与式 $= 4x-10y-6x+9y = -2x-y$
 (2) 与式 $= 3ab \times 4a^2 = 12a^3b$
 (3) 与式 $= 2a^2-10a+3a-15 = 2a^2-7a-15$
 (4) 与式 $= x^2-2 \times 2y \times x+(2y)^2 = x^2-4xy+4y^2$
 (5) 多項式の積を、それぞれ乗法公式で展開する。
 与式 $= (x^2+4x-21)-(x^2-4)$
 $= x^2+4x-21-x^2+4 = 4x-17$
 (6) 式のおきかえをくふうする。
 与式 $= (M+6)(M-6) \leftarrow x+y=M \text{ とおく}$
 $= M^2-36 \leftarrow \text{展開する}$
 $= (x+y)^2-36 \leftarrow M \text{ を } x+y \text{ にもどす}$
 $= x^2+2xy+y^2-36 \leftarrow \text{展開する}$
 3 (1) 和が+3、積が-18となる2数 $\Rightarrow -3$ と $+6$
 よって、与式 $= (x-3)(x+6)$
 (2) 与式 $= x^2-2 \times 4 \times x+4^2$
 $= (x-4)^2$

- (4) 与式 $= 9(a^2-4b^2)$
 $= 9\{a^2-(2b)^2\}$
 $= 9(a+2b)(a-2b)$
 (5) 与式 $= a(x^2-6x+5)$
 $= a(x-1)(x-5)$
 (6) おきかえをくふうする。
 与式 $= M^2-9M+20 \leftarrow x+3=M \text{ とおく}$
 $= (M-4)(M-5) \leftarrow \text{因数分解する}$
 $= \{(x+3)-4\}\{(x+3)-5\} \leftarrow M \text{ を } x+3 \text{ にもどす}$
 $= (x-1)(x-2)$

- 4 (1) 与式 $= 3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\sqrt{2}$
 $= \sqrt{3}+\sqrt{2}$
 (2) 与式 $= \frac{2\sqrt{3}}{3}+\frac{4\sqrt{3}}{3}$
 $= \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$
 (3) 与式 $= (\sqrt{3})^2+2 \times 2 \times \sqrt{3}+2^2$
 $= 3+4\sqrt{3}+4 = 7+4\sqrt{3}$
 (4) 与式 $= (\sqrt{7})^2+(-3+4) \times \sqrt{7}+(-3) \times 4$
 $= 7+\sqrt{7}-12 = -5+\sqrt{7}$
 5 (1) $2^2 < 5 < 3^2$ だから、
 $2 < \sqrt{5} < 3$

 よって、右図のようになる。
 (2) $\sqrt{54n} = \sqrt{2 \times 3^3 \times n} = 3\sqrt{6n}$
 $\sqrt{6n}$ は $n=6$ のとき、整数6になる。
 6 (1) 6人の子どものみかんに b 個ずつ配ったみかんは、合計 $6b$ 個になる。さらに c 個のみかんが残っているから、はじめにあったみかんの総数は $(6b+c)$ 個
 (2) (1)の式の左辺と右辺を入れかえて、 $6b+c=a$
 c を右辺に移項して、 $6b=a-c$
 両辺を6でわって、 $b=\frac{a-c}{6}$

- 7 (1) 与式 $= \frac{2(2x-y)-3(x-y)}{6} = \frac{x+y}{6}$
 この式に $x=3, y=-2$ を代入する。
 (2) 与式 $= -\frac{9x^2y}{3x} + \frac{6xy}{3x} = -3xy+2y$
 この式に $x=3, y=-2$ を代入する。

- 8 測定値は16.0mで、有効数字は3けたである。
 よって、16.0mの小数第1位(10cmの位)まで測定したものである。

【参考】 測定などで得られた数値のうち、信頼できる数字を有効数字といい、本問のように、整数部分が1けたの小数と、10の何乗かの積で表す。

4 関数 $y = ax^2$, いろいろな関数

◆基本問題◆

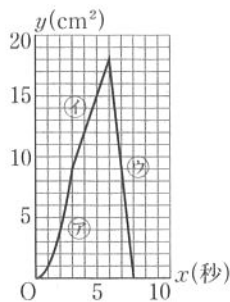
→p.14~p.15

- 1 (1) $y = 2x^2$ (2) $x = \pm 4$
 2 (1) ㉞ $-9 \leq y \leq -1$ ㉟ $-9 \leq y \leq 0$

- (2) 16 (3) $a = -\frac{1}{2}$

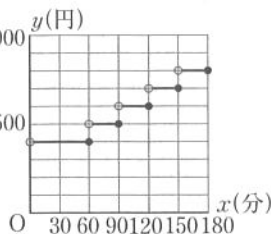
- 3 (1) $y = 25x^2$
 (2) ㉞ 9 ㉟ 1.2

- 4 (1) ㉞ 式… $y = x^2$
 ㉟ 式… $y = 3x$
 ㊸ 式… $y = -9x + 72$
 a の値… $a = 8$
 グラフは、右図



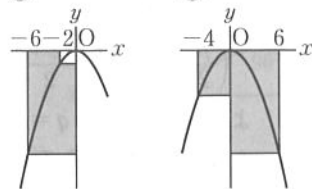
- (2) $x = 3, 7$
 5 (1) $y = -x + 4$
 (2) 12 (3) D(0, 6)

- 6 (1) グラフ…右図
 700 円
 (2) 360 分をこえて
 390 分以下



解説

- 2 (1) 変域は、それ ㉞ ㉟
 ぞれ右図のよう
 なる。



- (3) y の変化は、
 右表のようにな
 る。

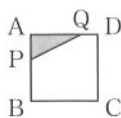
x	-4	→	-2
y	$16a$	→	$4a$

$$\text{変化の割合} = \frac{4a - 16a}{(-2) - (-4)} = -6a$$

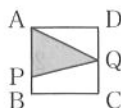
よって、 $-6a = 3$

- 3 (2) ㉟ $y = 25x^2$ に $y = 36$ を代入して、
 $36 = 25x^2$ $x^2 = \frac{36}{25}$ $x > 0$ より、
 $x = \frac{6}{5} = 1.2$

- 4 (1) ㉞ 右図で、
 $AP = x$, $AQ = 2x$
 よって、 $y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$



- ㉟ 右図で、 $AP = x$
 よって、 $y = \frac{1}{2} \times x \times 6 = 3x$



- ㊸ PQ の長さは、正方形の周か
 ら点 P, Q の移動距離をひけば
 よいから、 $PQ = 24 - 3x$
 よって、 $y = \frac{1}{2} \times (24 - 3x) \times 6$



$$= -9x + 72$$

また、点 P, Q が出あうとき、2 点の動いた
 長さの和は、正方形の 1 周になるから、

$$a + 2a = 24 \quad a = 8$$

- (2) $y = 9$ のグラフをかき入れ、(1) のグラフとの交
 点の x 座標を読む。

別解 ㉞, ㉟, ㊸ のそれぞれの式に $y = 9$ を代入
 し、 x の値を求める。

- 5 (1) 2 点 A(-4, 8), B(2, 2) を通る直線 ℓ の傾き
 は、 $\frac{2-8}{2-(-4)} = -1$

$y = -x + b$ として、点 A または点 B の座標の値
 を代入する。

参考 傾きが m で、点 (p, q) を通る直線の式は、

$$y = m(x - p) + q$$

よって、 $y = -(x - 2) + 2$

別解 $y = ax + b$ として、点 A, B の座標の値を
 それぞれ代入し、連立方程式にする。

- (2) 直線 ℓ と y 軸との交点を C とすると、C(0, 4)
 $\triangle AOB = \triangle AOC + \triangle COB$

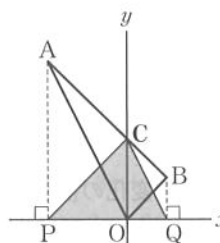
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 12$$

別解 右図のような等積変
 形により、

$$\triangle AOB = \triangle CPQ$$

$$= \frac{1}{2} \times PQ \times CO$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$



- (3) $t > 0$ で点 D の座標を $(0, t)$ とし、 $\triangle AOD$ の底
 辺を OD とみると、

$$\frac{1}{2} \times t \times 4 = 12 \quad t = 6$$

- 6 (1) $0 < x \leq 60$ のとき、 $y = 400$

$60 < x \leq 90$ のとき、 $y = 500$

以後、30 分ごとに、100 円ずつ増える。

140 分駐車したときの料金は、グラフより、

$120 < x \leq 150$ のとき、 $y = 700$

- (2) はじめの 60 分、400 円のあと、追加された料金
 から、追加回数 = 30 分の延長回数を求める。

$$1500 - 400 = 1100 \quad \cdots \text{追加料金(円)}$$

$$1100 \div 100 = 11 \quad \cdots \text{追加回数(回)}$$

よって、駐車できる最長時間は、

$$60 + 30 \times 11 = 390 \text{ (分)}$$