

冬期テキスト

実練編

数学

中学 **3** 年



◆もくじ◆

数学3年

講座名	ページ	学習日	確認
第1講座 数と式	2	/	
第2講座 方程式	6	/	
第3講座 比例と反比例, 1次関数	10	/	
第4講座 関数 $y = ax^2$, いろいろな関数	14	/	
第5講座 平面図形	18	/	
第6講座 平面図形と相似, 円周角の定理	22	/	
第7講座 平面図形と三平方の定理	26	/	
第8講座 空間図形	30	/	
第9講座 空間図形と三平方の定理	34	/	
第10講座 データの活用, 確率, 標本調査	38	/	
入試特集 思考力を問う問題	42	/	
入試対策問題	46	/	

第 5 講座

平面図形

▶ 要点のまとめ

1 角を求める問題

・平行線の利用 ・三角形の内角の性質、外角の性質の利用 ・二等辺三角形の利用

2 合同な図形

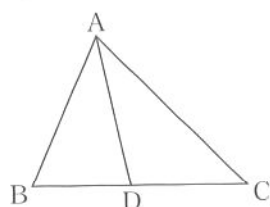
- (1) 三角形の合同条件 ・3組の辺 ・2組の辺とその間の角 ・1組の辺とその両端の角
 (2) 直角三角形の合同条件 ・斜辺と他の1辺 ・斜辺と1つの鋭角

3 平行四辺形

- (1) 平行四辺形になるための条件 ・2組の対辺がそれぞれ平行である。(定義)
 ・2組の対辺がそれぞれ等しい。 ・2組の対角がそれぞれ等しい。
 ・1組の対辺が平行で長さが等しい。 ・対角線がそれぞれの中点で交わる。
 (2) 特別な平行四辺形 ・ひし形…対角線が垂直に交わる。 ・長方形…対角線の長さが等しい。

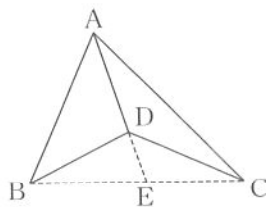
4 三角形の面積比と線分比

① 高さを共有する三角形



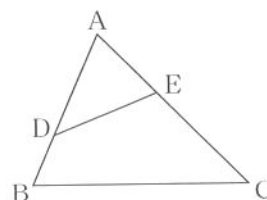
$$\begin{aligned} \triangle ABD : \triangle ADC \\ = BD : DC \end{aligned}$$

② 底辺を共有する三角形



$$\begin{aligned} \triangle ABD : \triangle ADC \\ = BE : EC \end{aligned}$$

③ 1つの角を共有する三角形

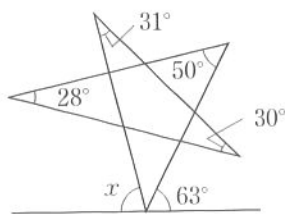
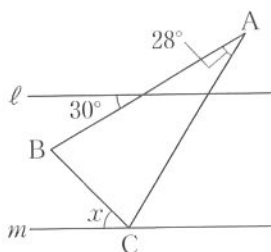
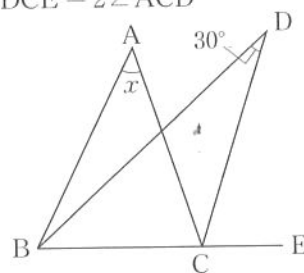


$$\begin{aligned} \triangle ABC : \triangle ADE \\ = AB \times AC : AD \times AE \end{aligned}$$

基本問題

1 〈角の大きさ〉 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

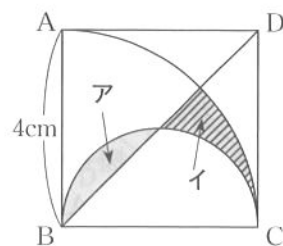
(1)

(2) $\ell \parallel m$, $AB = AC$ (3) $\angle DBC = 2\angle ABD$ $\angle DCE = 2\angle ACD$ 2 〈作図〉 右の図の直線 ℓ 上の点 A を通り、直線 ℓ と

75° の角をつくる直線を作図しなさい。ただし、作図には定規とコンパスだけを使用し、作図に用いた線は消さないこととする。



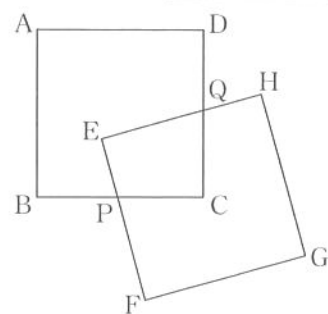
- 3** 〈円とおうぎ形〉 右の図は、1 辺の長さが 4cm の正方形 ABCD の中に、対角線 BD をひき、点 B を中心とし、半径 AB、中心角が 90° のおうぎ形と、辺 BC を直径とする半円をかいたものである。次の問いに答えなさい。



(1) 図のアとイを合わせた部分の、まわりの長さを求めなさい。

(2) 図のイの部分の面積を求めなさい。

- 4** 〈合同な図形〉 右の図で、2 つの正方形 ABCD, EFGH は合同で、正方形 EFGH の対角線の交点は点 C に重なっている。辺 BC と辺 EF の交点、辺 CD と辺 EH の交点をそれぞれ P, Q とする。次の問いに答えなさい。



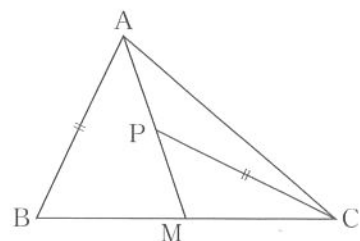
(1) $PC = QC$ であることを証明しなさい。

証明

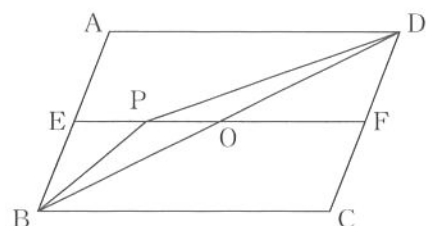
(2) $EP = 4\text{cm}$, $EQ = 6\text{cm}$ であるとき、 $\triangle PCQ$ の面積を求めなさい。

- 5** 〈平行四辺形〉 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 BC の中点を M とし、線分 AM 上に $CP = AB$ であるような点 P をとると、 $\angle BAM = \angle CPM$ となる。このことの証明を、次の書き出しに続けて完成させなさい。

証明 線分 AM の M の方への延長上に、 $AM = QM$ となる点 Q をとる。



- 6** 〈面積比〉 右の図の四角形 ABCD は平行四辺形で、 $EF \parallel BC$, $AE : EB = 1 : 1$ である。線分 EF 上に $EP : PF = 1 : 3$ となる点 P をとるとき、次の問いに答えなさい。



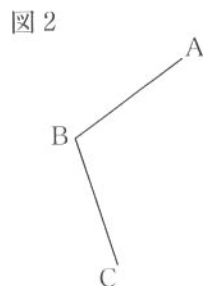
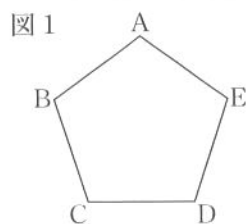
(1) BD と EF の交点を O とするとき、 $PO : EF$ を求めなさい。

(2) $\triangle PBD$ と平行四辺形 ABCD の面積比を求めなさい。

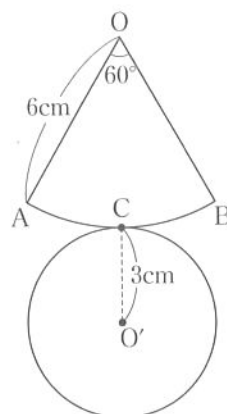
演習問題

- 1 右の図1で、五角形 ABCDE は正五角形である。図2は、図1で示した正五角形 ABCDE の辺 AB, 辺 BC だけを示したものである。

図2に示した図をもとにして、正五角形 ABCDE の辺 CD を、定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。〈東京都立青山〉



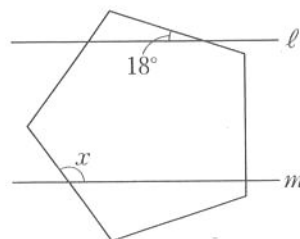
- 2 右の図のように、おうぎ形 OAB の弧 AB 上に点 C がある。おうぎ形 OAB の外側を半径 3cm の円 O' がおうぎ形に接しながら $C \rightarrow A \rightarrow O \rightarrow B \rightarrow C$ と動いていく。このとき、円 O' が移動した範囲の面積を求めなさい。〈広島大附高〉



- 3 次の問いに答えなさい。

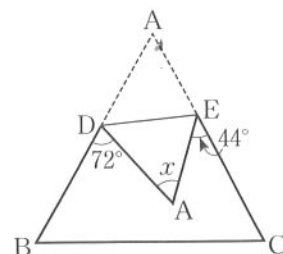
- (1) 右の図のように、正五角形と直線 ℓ, m がある。 $\ell \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさは ° である。 にあてはまる数を求めなさい。

〈武南高〉



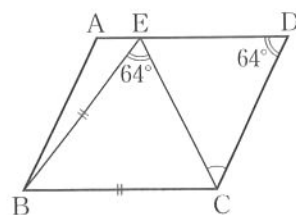
- (2) $\triangle ABC$ を線分 DE で折り返すと、右の図のようになった。 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

〈函館ラ・サール高〉



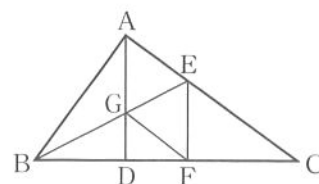
- (3) 右の図の平行四辺形 ABCD で、辺 AD 上に点 E を、 $BE=BC$ となるようにとる。 $\angle BEC = \angle CDE = 64^\circ$ のとき、 $\angle ECD$ は何度か、求めなさい。

〈駿台甲府高〉



- 4** $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形 ABC において、頂点 A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点を D 、 $\angle B$ の二等分線と辺 CA との交点を E 、 E から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点を F 、 AD と BE との交点を G とする。

〈慶應義塾女子高〉



- (1) $\triangle AGE$ が二等辺三角形であることを証明しなさい。

証明

- (2) 四角形 $AGFE$ がひし形であることを証明しなさい。

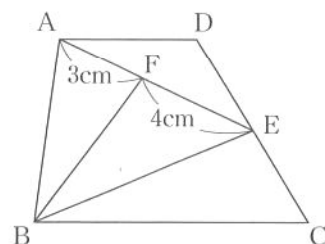
証明

- 5** 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図のような、 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ がある。点 E は辺 CD の中点であり、点 F は線分 AE 上の点である。

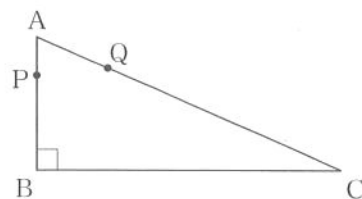
$AF = 3\text{cm}$ 、 $FE = 4\text{cm}$ であるとき、 $\triangle BEF$ の面積は、台形 $ABCD$ の面積の何倍か、求めなさい。

〈香川〉



- (2) 右の図のように、直角三角形 ABC の各辺の長さを、 $AB = 5\text{cm}$ 、 $BC = 12\text{cm}$ 、 $AC = 13\text{cm}$ とする。辺 AB 、 AC 上に 2 点 P 、 Q をとるとき、 $AQ = 2AP$ である。 $\triangle APQ$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{2}$ になるときの AP の長さを求めなさい。

〈福岡大附大濠高〉

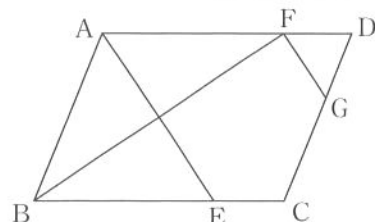


- 6** 右の図のように、 $AB = 13$ 、 $AD = 18$ の平行四辺形 $ABCD$ がある。 $\angle A$ の二等分線と BC の交点を E 、 $\angle B$ の二等分線と AD の交点を F 、 F から AE と平行にひいた直線と CD の交点を G とする。

次の問いに答えなさい。

〈中央大附高改〉

- (1) $CG : GD$ を求めなさい。



- (2) 平行四辺形 $ABCD$ の面積が 216 であるとき、台形 $AEGF$ の面積を求めなさい。

1 数と式

❖基本問題❖

→p.2~p.3

- [1] (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{4}$
 [2] (1) $2x$ (2) $5x^2+12x-13$
 [3] (1) $2a(x+3)(x-4)$ (2) $3b(a+2b)(a-9b)$
 (3) $(x-12)(x+3)$ (4) $(x-3)^2(x+3)$
 [4] (1) $2\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{2}$
 (3) $\sqrt{2}$ (4) 7
 [5] (1) $>$ (2) $P=11$
 (3) $n=7$
 [6] (1) 4 (2) 2
 (3) -4
 [7] (1) 8.0×10^3 (2) $169.5 \leq a < 170.5$

解説

- [1] (2) 小数は分数になおして計算する。
 与式 $= \left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6}\right) \times \frac{15}{2} - (-2)^3 \times \left(-\frac{1}{4}\right)^2$
 $= \left(-\frac{1}{30}\right) \times \frac{15}{2} - (-8) \times \frac{1}{16}$
 $= -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 [2] (1) 与式 $= \frac{-8x^3 \times 3xy}{-12x^3y} = 2x$
 (2) 与式 $= 9x^2 - 4 - (4x^2 - 12x + 9)$
 $= 9x^2 - 4 - 4x^2 + 12x - 9$
 $= 5x^2 + 12x - 13$
 [3] (1) 共通因数 $2a$ でくくる。
 (2) 共通因数 $3b$ でくくる。
 (3) $x-12=M$ とおくと,
 与式 $= (3-x)M + 2xM$
 $= M(3-x+2x)$
 $= (x-12)(x+3)$
 (4) 与式 $= x^2(x-3) - 9(x-3)$ ← 組み合わせのくふう
 $= (x-3)(x^2-9)$ ← 共通因数 $(x-3)$ でくくる。
 $= (x-3)\{(x-3)(x+3)\}$
 $= (x-3)^2(x+3)$
 [4] (4) 与式 $= 5 - 2\sqrt{10} + 2 + \frac{20\sqrt{10}}{10}$
 $= 7 - 2\sqrt{10} + 2\sqrt{10} = 7$

- [5] (1) $ab > 0$ より, a と b は同符号であり, $a+b < 0$ より, $a < 0, b < 0$ …①

$abc \leq 0$ と, $ab > 0$ より, $c \leq 0$ …②

①, ②より, $a < 0, b+c < 0$ だから, $a(b+c) > 0$

- (2) $P = (n-2)(n+8)$

P は素数だから, $n-2=1$ $n=3$

よって, $P = 1 \times 11 = 11$

- (3) $\sqrt{252n} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7 \times n} = 6\sqrt{7n}$

$\sqrt{7n}$ は $n=7$ のとき, 整数 7 になる。

- [6] (1) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$ の両辺に xy ($\neq 0$) をかけると,

$$x+y=2xy$$

よって, 与式 $= \frac{5(x+y)-2xy}{x+y}$

$$= \frac{5 \times 2xy - 2xy}{2xy} = \frac{8xy}{2xy} = 4$$

別解 与式の分母, 分子を xy でわると,

$$\text{与式} = \frac{5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) - 2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{5 \times 2 - 2}{2} = 4$$

- (2) 乗法公式より, $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

よって, 与式 $= (a+b)^2 - 3ab$

この式に, $a+b=\sqrt{5}$, $ab=1$ を代入する。

$$\text{与式} = (\sqrt{5})^2 - 3 \times 1 = 2$$

- (3) $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$, $3^2 < 12 < 4^2$ だから, $3 < 2\sqrt{3} < 4$

よって, $2\sqrt{3}$ の整数部分は 3 で, $a = 2\sqrt{3} - 3$

$$\text{与式} = (a-1)(a+7)$$

$$= (2\sqrt{3} - 3 - 1)(2\sqrt{3} - 3 + 7)$$

$$= (2\sqrt{3} - 4)(2\sqrt{3} + 4)$$

$$= 12 - 16 = -4$$

- [7] (1) 有効数字は 2 けただから, 8 と 0 である。

よって, $8000 = 8.0 \times 10^3$ と表すことができる。

- (2) 小数第 1 位を四捨五入した近似値が 170 だから,

a の値の範囲は, $169.5 \leq a < 170.5$

5 平面図形

◆基本問題◆

→p.18~p.19

1 (1) $\angle x = 76^\circ$ (2) $\angle x = 46^\circ$

(3) $\angle x = 45^\circ$

2 解説 参照

3 (1) $(3\pi+4)\text{cm}$ (2) $(\pi-2)\text{cm}^2$

4 (1) $\triangle EPC$ と $\triangle HQC$ において、

正方形の対角線の性質から、

$EC = HC \dots ①$

$\angle CEP = \angle CHQ = 45^\circ \dots ②$

また、 $\angle BCD = \angle ECH = 90^\circ$ だから、

$\angle ECP = \angle BCD - \angle ECQ = 90^\circ - \angle ECQ$

$\angle HCQ = \angle ECH - \angle ECQ = 90^\circ - \angle ECQ$

よって、 $\angle ECP = \angle HCQ \dots ③$

①、②、③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle EPC \equiv \triangle HQC$

よって、 $PC = QC$

(2) 13cm^2

5 仮定より、 $BM = CM$ なので、四角形 $ABQC$ の対角線はそれぞれの中点で交わる。よって、四角形 $ABQC$ は平行四辺形になるから、

$AB \parallel CQ \dots ①$ 、 $AB = CQ \dots ②$

①より、錯角は等しいから、

$\angle BAM = \angle CQM \dots ③$

仮定 $CP = AB$ と②より、 $CP = CQ$ だから、

$\angle CPM = \angle CQM \dots ④$

③、④より、 $\angle BAM = \angle CPM$

6 (1) $1:4$ (2) $1:8$

解説

1 (1) 星形の先端の角の和は 180° である。

(2) $\triangle ABC$ は二等辺三角形だから、

$\angle ABC = (180^\circ - 28^\circ) \div 2 = 76^\circ$

(3) $\angle ABD = a^\circ$ 、 $\angle ACD = b^\circ$ とすると、

$\triangle ABC$ において、 $\angle x = 3b^\circ - 3a^\circ = 3(b-a)^\circ$

$\triangle DBC$ において、 $30^\circ = 2b^\circ - 2a^\circ = 2(b-a)^\circ$

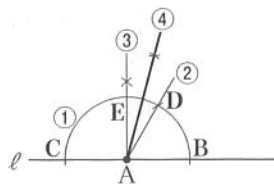
よって、 $\angle x : 30^\circ = 3 : 2$ $\angle x = 45^\circ$

2 右図

[作図の手順]

① 点 A を中心に円をかき、直線 ℓ との交点を B 、 C とする。

② 点 B を中心に、①と同じ半径の円をかき、①の円との交点 D と点 A を通る直線をひく。



③ 点 B 、 C を中心に、同じ半径の円をかき、その交点と点 A を結ぶ直線と①の円との交点を E とする。

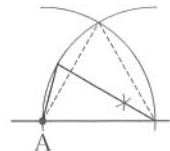
④ 点 D 、 E を中心に、同じ半径の円をかき、その交点と点 A を通る直線をひく。

$\triangle ABD$ は正三角形で、②の線は直線 ℓ と 60° の角をつくる。③は直線 ℓ の垂線で、②と③の間の角 30° を、④が2等分する。

よって、 $15^\circ + 60^\circ = 75^\circ$

別解 $30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$ となる作図の方法もある。

また、右図のように、頂角が 30° の二等辺三角形を作図してもよい。



3 (1) 半径 4cm 、中心角 45° のおうぎ形の弧と、直径 4cm の半円の弧、および半径 4cm の和である。

$$\begin{aligned} \text{よって、} & 2\pi \times 4 \times \frac{45}{360} + 2\pi \times 2 \times \frac{1}{2} + 4 \\ & = 3\pi + 4 (\text{cm}) \end{aligned}$$

(2) 右図のように考える。

よって、

$$\begin{aligned} & \pi \times 4^2 \times \frac{45}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \pi \times 2^2 \times \frac{90}{360} \\ & = \pi - 2 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

4 (2) $\triangle PCQ = \text{四角形 } EPCQ - \triangle EPQ$

$\triangle EPC \equiv \triangle HQC$ だから、

四角形 $EPCQ = \triangle ECH$

$EP = QH$ だから、 $EH = 4 + 6 = 10 (\text{cm})$

よって、 $\triangle PCQ = \triangle ECH - \triangle EPQ$

$$\begin{aligned} & = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 - \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \\ & = 13 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

5 別解 $\triangle AMB$ と $\triangle QMC$ において、

仮定より、 $BM = CM$ 、 $AM = QM$

対頂角より、 $\angle AMB = \angle QMC$

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle AMB \equiv \triangle QMC$

よって、②、③が成り立つ。

6 (1) $\triangle EBO \equiv \triangle FDO$ (1組の辺とその両端の角)

よって、 $EO = FO$

$EP = 1$ 、 $PF = 3$ とすると、 $EF = 4$ 、 $EO = 2$

(2) 点 O を通り、 AB に

平行な直線をひく。

等積変形から、

$\triangle PBD = \triangle PRQ$

$\triangle PRQ$ の面積は、平行

四角形 $ABRQ$ の $\frac{1}{4}$ である。

